

**Interrogation sur les équations de tangentes et les dérivées**

**Exercice 1 :**

Soit la fonction  $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 3)^2}$  définie sur  $\mathbb{R} / \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$ . Calculer la fonction dérivée de la fonction f.

Soit la fonction  $g(x) = \frac{3 - 3x^2}{1 - 5x}$  définie sur  $\mathbb{R} / \left\{ \frac{1}{5} \right\}$ . Calculer la fonction dérivée de la fonction g.

**Exercice 2 :**

Soit la fonction  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 2$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

- 1) Calculer  $f'$  la dérivée de la fonction f sur  $\mathbb{R}$
- 2) Etudier le signe de  $f'$  sur  $\mathbb{R}$ .
- 3) Faire le tableau de variation complet de la fonction f.

**BONUS :** Calculez l'équation de la tangente au point d'abscisse  $x = 1$

**Interrogation sur les équations de tangentes et les dérivées - CORRIGE****Exercice 1 :**

$$f(x) = \frac{1}{(x^2 - 3)^2} \text{ définie sur } \mathbb{R} / \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}.$$

Si on pose :  $u(x) = (x^2 - 3)^2$ , alors la fonction  $f$  s'écrit :  $f(x) = \frac{1}{u(x)}$  (vous devez l'écrire)

La dérivée de  $\frac{1}{u(x)}$  est  $\frac{-u'(x)}{[u(x)]^2}$  : il faut donc calculer  $u'(x)$

La dérivée de  $[v(x)]^2$  est  $2 \times v(x) \times v'(x)$ , donc :  $u'(x) = 2 \times (x^2 - 3) \times 2x = 4x \times (x^2 - 3)$

$$\text{Ainsi : } f'(x) = \frac{-u'(x)}{[u(x)]^2} = \frac{-4x \times (x^2 - 3)}{[(x^2 - 3)^2]^2} = \frac{-4x \times (x^2 - 3)}{(x^2 - 3)^4} = \frac{-4x}{(x^2 - 3)^3}$$

$$g(x) = \frac{3 - 3x^2}{1 - 5x} \text{ définie sur } \mathbb{R} / \left\{ \frac{1}{5} \right\}.$$

Si on pose :  $u(x) = 3 - 3x^2$  et  $v(x) = 1 - 5x$ , alors la fonction  $g$  s'écrit :  $g(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ .

La dérivée de  $\frac{u(x)}{v(x)}$  est  $\frac{u'(x) \times v(x) - u(x) \times v'(x)}{[v(x)]^2}$  avec  $u'(x) = -3 \times 2x = -6x$  et  $v'(x) = -5$

$$g'(x) = \frac{u'(x) \times v(x) - u(x) \times v'(x)}{[v(x)]^2} = \frac{-6x(1 - 5x) - (3 - 3x^2) \times (-5)}{(1 - 5x)^2} = \frac{-6x + 30x^2 + 15 - 15x^2}{(1 - 5x)^2} = \frac{15x^2 - 6x + 15}{(1 - 5x)^2}$$

**Exercice 2 :** Soit la fonction  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 2$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

1) Dérivée de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$

2) Signe de  $f'$  sur  $\mathbb{R}$  : il faut d'abord trouver les racines de ce trinôme.

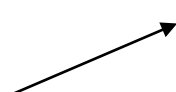
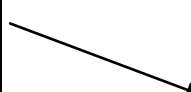

Discriminant :  $\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 3 \times (-9) = 36 + 108 = 144 = 12^2 \rightarrow \Delta > 0$  : il y a 2 racines

$$\text{Racines : } x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 - 12}{2 \times 3} = \frac{-18}{6} = -3 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 + 12}{2 \times 3} = \frac{6}{6} = 1$$

Le trinôme est du signe de  $a$  ( $a = 3$ ) à l'extérieur de ses 2 racines, donc :

$$f'(x) > 0 \text{ si } x \in ]-\infty; -3[ \cup ]1; +\infty[ \text{ et } f'(x) < 0 \text{ si } x \in ]-3; 1[$$

3) Tableau de variation de la fonction  $f$  :

$x$	$-\infty$	$-3$	$1$	$+\infty$
$f'$		+	-	+
$f$				

$$f(1) = 1^3 + 3 \times 1^2 - 9 \times 1 + 2 = 1 + 3 - 9 + 2 = -3$$

$$f(-3) = (-3)^3 + 3 \times (-3)^2 - 9 \times (-3) + 2 = -27 + 27 + 27 + 2 = 29$$

**BONUS**: L'équation de la tangente à la courbe représentant  $f$  en un point d'abscisse 1 est :

$$y = f'(1) \times (x-1) + f(1), \text{ avec } f(1) = -3 \text{ et } f'(1) = 3 \times 1^2 + 6 \times 1 - 9 = 3 + 6 - 9 = 0$$

donc l'équation est :  $y = 0 \times (x-1) + 29$ , soit  $y = 29$  : c'est une droite horizontale