

RAPPEL : dérivées des fonctions usuelles

fonction :	$f(x) = k$ (constante)	$f(x) = ax + b$	$f(x) = x^n$	$f(x) = \frac{1}{x^n}$	$f(x) = \sqrt{x}$
fonction dérivée :	$f'(x) = 0$	$f'(x) = a$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$f'(x) = \frac{-n}{x^{n+1}}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Dans cette fiche, on va utiliser les formules suivantes :

⑤ La fonction dérivée de $\frac{u}{v}$ est la fonction $\frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

⑥ La fonction dérivée de $\frac{1}{u}$ est la fonction $\frac{-u'}{u^2}$

EXERCICE 4C.1

Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme $\frac{1}{u}$) sur l'intervalle I .

<p>1. $f(x) = \frac{1}{5x+3}$, $I = \mathbb{R}$</p> <p>$u(x) =$</p> <p>$u'(x) =$</p> <p>Donc $f'(x) =$</p>	<p>2. $f(x) = \frac{1}{1-3x}$, $I = \mathbb{R}$</p> <p>$u(x) =$</p> <p>$u'(x) =$</p> <p>Donc $f'(x) =$</p>	<p>3. $f(x) = \frac{1}{2x^3+1}$, $I = \mathbb{R}$</p> <p>$u(x) =$</p> <p>$u'(x) =$</p> <p>Donc $f'(x) =$</p>
<p>4. $f(x) = \frac{1}{x^2-3x}$, $I = \mathbb{R}$</p> <p>$u(x) =$</p> <p>$u'(x) =$</p> <p>Donc $f'(x) =$</p>	<p>5. $f(x) = \frac{1}{x^4+3x}$, $I = \mathbb{R}$</p> <p>$u(x) =$</p> <p>$u'(x) =$</p> <p>Donc $f'(x) =$</p>	<p>6. $f(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$, $I = [0; +\infty[$</p> <p>$u(x) =$</p> <p>$u'(x) =$</p> <p>Donc $f'(x) =$</p>

EXERCICE 4C.2

Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme $\frac{u}{v}$) sur l'intervalle I .

<p>1. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x}$, $I = [0; +\infty[$</p> <p>$u(x) =$ $v(x) =$</p> <p>$u'(x) =$ $v'(x) =$</p> <p>Donc $f'(x) =$</p>	<p>2. $f(x) = \frac{2x-3}{5x+1}$, $I = \mathbb{R}$</p> <p>$u(x) =$ $v(x) =$</p> <p>$u'(x) =$ $v'(x) =$</p> <p>Donc $f'(x) =$</p>
<p>3. $f(x) = \frac{x}{1+x}$, $I = [0; +\infty[$</p> <p>$u(x) =$ $v(x) =$</p> <p>$u'(x) =$ $v'(x) =$</p> <p>Donc $f'(x) =$</p>	<p>4. $f(x) = \frac{x-1}{x^2-3x-4}$, $I = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$</p> <p>$u(x) =$ $v(x) =$</p> <p>$u'(x) =$ $v'(x) =$</p> <p>Donc $f'(x) =$</p>

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER

EXERCICE 4C.1

Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme $\frac{1}{u}$) sur l'intervalle I .

<p>1. $f(x) = \frac{1}{5x+3}$, $I = \mathbb{R}$ $u(x) = 5x+3$ $u'(x) = 5$ Donc $f'(x) = \frac{-5}{(5x+3)^2}$</p>	<p>2. $f(x) = \frac{1}{1-3x}$, $I = \mathbb{R}$ $u(x) = 1-3x$ $u'(x) = -3$ Donc $f'(x) = \frac{-(-3)}{(1-3x)^2} = \frac{3}{(1-3x)^2}$</p>	<p>3. $f(x) = \frac{1}{2x^3+1}$, $I = \mathbb{R}$ $u(x) = 2x^3+1$ $u'(x) = 2 \times 3x^2 = 6x^2$ Donc $f'(x) = \frac{-6x^2}{(2x^3+1)^2}$</p>
<p>4. $f(x) = \frac{1}{x^2-3x}$, $I = \mathbb{R}$ $u(x) = x^2-3x$ $u'(x) = 2x-3$ Donc $f'(x) = \frac{-(2x-3)}{(x^2-3x)^2}$</p>	<p>5. $f(x) = \frac{1}{x^4+3x}$, $I = \mathbb{R}$ $u(x) = x^4+3x$ $u'(x) = 4x^3+3$ Donc $f'(x) = \frac{-(4x^3+3)}{(x^4+3x)^2}$</p>	<p>6. $f(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$, $I = [0; +\infty[$ $u(x) = 1+\sqrt{x}$ $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ Donc $f'(x) = \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(1+\sqrt{x})^2} = -\frac{1}{2\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$</p>

EXERCICE 4C.2

Déterminer la dérivée de la fonction f (sous la forme $\frac{u}{v}$) sur l'intervalle I .

<p>1. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x}$, $I = [0; +\infty[$ $u(x) = \sqrt{x}$ $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $v(x) = x$ $v'(x) = 1$ Donc $f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \times x - \sqrt{x} \times 1}{x^2} = \frac{\frac{x}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x}}{x^2}$ $= \frac{\frac{\sqrt{x}}{2} - \sqrt{x}}{x^2} = \frac{-\frac{\sqrt{x}}{2}}{x^2} = \frac{-\sqrt{x}}{2x^2}$</p>	<p>2. $f(x) = \frac{2x-3}{5x+1}$, $I = \mathbb{R}$ $u(x) = 2x-3$ $u'(x) = 2$ $v(x) = 5x+1$ $v'(x) = 5$ Donc $f'(x) = \frac{2 \times (5x+1) - (2x-3) \times 5}{(5x+1)^2}$ $= \frac{10x+2-10x+15}{(5x+1)^2} = \frac{17}{(5x+1)^2}$</p>
<p>3. $f(x) = \frac{x}{1+x}$, $I = [0; +\infty[$ $u(x) = x$ $u'(x) = 1$ $v(x) = 1+x$ $v'(x) = 1$ Donc $f'(x) = \frac{1 \times (1+x) - x \times 1}{(1+x)^2}$ $= \frac{1+x-x}{(1+x)^2} = \frac{1}{(1+x)^2}$</p>	<p>4. $f(x) = \frac{x-1}{x^2-3x-4}$, $I = \mathbb{R} / \{-1; 4\}$ $u(x) = x-1$ $u'(x) = 1$ $v(x) = x^2-3x-4$ $v'(x) = 2x-3$ Donc $f'(x) = \frac{1 \times (x^2-3x-4) - (x-1) \times (2x-3)}{(x^2-3x-4)^2}$ $= \frac{x^2-3x-4 - (2x^2-3x-2x+3)}{(x^2-3x-4)^2}$ $= \frac{x^2-3x-4-2x^2+3x+2x-3}{(x^2-3x-4)^2} = \frac{-x^2+2x-7}{(x^2-3x-4)^2}$</p>