1ère ES Notre Dame de La Merci

Interrogation de Mathématiques

Exercice 1 :

Etudier le sens de variation de chacune des suites suivantes :

$u_n = 1 + \frac{1}{n}$ pour $n \geq 1$ $\qquad v_n = n + \frac{1}{n}$ pour $n \geq 1$ $\qquad w_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$

Exercice 2 :

Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ?

$u_n = \frac{n+1}{3}$ $\qquad v_n = -\frac{n}{2}$ $\qquad w_n = 4^n$

Exercice 3 :

On considère la suite arithmétique (u_n) définie par la relation $u_n = 3n - 2$.

1) Quel est le sens de variation de (u_n) ?
2) La suite (u_n) est-elle croissante ? Justifier votre réponse.
3) Calculer u_{12}.

Exercice 4 :

On considère la suite arithmétique définie par $u_1 = -3$ et $u_8 = 32$.

1) Calculer la raison r de cette suite.
2) u_1 étant le premier terme de cette suite, donner son expression générale en fonction de n.
3) Calculer u_{25}.

$1^{\text{ère}}$ ES Notre Dame de La Merci

Interrogation de Mathématiques - CORRIGE

Exercice 1 : Etudier le sens de variation de chacune des suites suivantes :

$u_n = 1 + \frac{1}{n}$ pour $n \geq 1$ $\rightarrow u_{n+1} = 1 + \frac{1}{n+1}$

$$u_{n+1} - u_n = \left(1 + \frac{1}{n+1}\right) - \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1 + \frac{1}{n+1} - 1 - \frac{1}{n} = \frac{1 \times n}{(n+1) \times n} - \frac{1 \times (n+1)}{n \times (n+1)} = \frac{n - (n+1)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)}$$

$u_{n+1} - u_n < 0$ donc la suite (u_n) est décroissante.

$v_n = n + \frac{1}{n}$ pour $n \geq 1$ $\rightarrow v_{n+1} = n + 1 + \frac{1}{n+1}$

$$v_{n+1} - v_n = \left(n + 1 + \frac{1}{n+1}\right) - \left(n + \frac{1}{n}\right) = \boxed{n} + 1 + \frac{1}{n+1} \boxed{-n} - \frac{1}{n} = \frac{n(n+1)}{n(n+1)} + \frac{n}{n(n+1)} - \frac{(n+1)}{n(n+1)}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{n(n+1)}{n(n+1)} - \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n(n+1) - 1}{n(n+1)}$$

Si $n \geq 1$ alors $n(n+1) - 1 > 1$

$v_{n+1} - v_n > 0$ donc la suite (v_n) est croissante.

$w_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ pour $n \geq 1$ $\rightarrow w_{n+1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$

$$\frac{w_{n+1}}{w_n} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{\left(\frac{1}{3}\right)^n} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1-n} = \frac{1}{3}$$

$0 < \frac{w_{n+1}}{w_n} < 1$ donc la suite (w_n) est décroissante.

Exercice 2 : Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ?

$u_n = \frac{n+1}{3}$ $\rightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{(n+1)+1}{3} - \frac{n+1}{3} = \frac{n+2}{3} - \frac{n+1}{3} = \frac{1}{3}$: cette suite est arithmétique.

$v_n = -\frac{n}{2}$ $\rightarrow v_{n+1} - v_n = -\frac{n+1}{2} - \left(-\frac{n}{2}\right) = \frac{-n-1+n}{2} = \frac{-1}{2}$: cette suite est arithmétique.

$w_n = 4^n$ $\rightarrow w_{n+1} - w_n = 4^{n+1} - 4^n = 4^n \times 4 - 4^n \times 1 = 4^n(4-1) = 4^n \times 3$:
cette suite n'est pas arithmétique.

Exercice 3 : On considère la suite arithmétique (u_n) définie par la relation $u_n = 3n - 2$.

1) Sens de variation de (u_n) : $u_{n+1} - u_n = (3(n+1) - 2) - (3n - 2) = 3n + 3 - 2 - 3n + 2 = 3$

$u_{n+1} - u_n > 0$: la suite (u_n) est croissante.

2) $u_{n+1} - u_n = 3$: la raison de la suite (u_n) est r = 3

3) $u_{12} = 3 \times 12 - 2 = 36 - 2 = 34$.

Exercice 4 : On considère la suite arithmétique définie par $u_1 = -3$ et $u_8 = 32$.

1) Calculer de la raison r : $u_8 = u_1 + (8-1) \times r \Leftrightarrow 32 = -3 + 7r \Leftrightarrow 35 = 7r \Leftrightarrow r = \frac{35}{7} = 5$

2) Expression générale : $u_n = u_1 + (n-1)r = -3 + 5(n-1) = 5n - 8$

3) $u_{25} = 5 \times 25 - 8 = 125 - 8 = 117$.